

人工智能优化高中数学解题思维表达

赖小君

江西省赣州市赣县中学西校区（赣县第七中学）

摘要：随着人工智能技术深入教育领域，高中数学教学也正在发生着深刻的改变。解题思维表达属于数学学习的重要能力之一，但是传统的教学方式对于思维的外显化以及个性化的指导存在诸多不足。以直线与圆的位置关系、圆与圆的位置关系为例，研究人工智能如何利用智能诊断、路径规划、表达优化等方式提高学生解题思维的逻辑性、规范性，给高中数学教学提供新的实践参考。

关键词：人工智能；解题思维表达；高中数学

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6288.2026.01.301

引言

高中数学教学的核心目标之一是培养学生有条理、有逻辑地表达解题思维的能力。但是学生在解题过程中存在思维混乱、表达不规范等问题，传统的教学手段对这些问题的解决作用不大，使用人工智能技术有重要的现实意义。

一、人工智能与高中数学解题思维表达概述

人工智能在教育领域中的应用已经由原来的辅助工具变成教学生态中不可缺少的一部分。高中数学教学中，解题思维表达不但是书写规范的外在表现，也是数学逻辑结构内化的关键指标。解题思维表达就是指学生在解决数学问题的时候，把内在的分析过程、推理逻辑和结论验证用有条理、清楚、严密的语言或者符号来表现出来的一种综合能力。该种能力的培养一直被看作高中数学教学的重点和难点，其好坏直接决定学生数学核心素养的形成。人工智能技术依靠自然语言处理、知识图谱、自适应学习这些核心技术，可以对学生的解题过程实施实时的捕捉和精确剖析，进而为思维表达的改善提供数据支持和智能反馈。

学生在面对直线和圆的位置关系等几何综合题时，常见的思维表达问题有以下几点，即缺少判断位置关系的依据、分类讨论的逻辑层次不清、代数推导与几何直观之间缺乏连接等。人工智能系统可以通过大量的学生解题样本来识别出这些典型的错误模式，进而给出针对这些错误的思维引导路径。以数据为依托的精准干预，不是指老师凭经验对所有学生进行统一讲解的传统做法，而是“因材施教”，即根据学生的不同情况采取不同的教学措施。

二、人工智能优化高中数学解题思维表达的意义

（一）突破传统教学在思维外显化方面的瓶颈

思维外显化是解题思维表达培养的第一步，就是把

学生头脑中隐性的分析过程变成可以被观察、评价的外显表达。传统的课堂教学由于受到时间和规模的限制，教师不能对每一个学生思维的过程进行逐一的跟踪和即时的反馈，使得很多学生的思维“黑箱”不能被打开。以圆与圆的位置关系为例，本知识点包含两圆圆心距与半径之和、差的各种比较关系，学生在判断位置类型的时候，常常依靠直觉或者记忆进行跳跃式的推断，而不是经过完整的逻辑推导，这样的思维的隐匿性在传统的作业批改中很难被发现并加以纠正。

人工智能系统通过创建解题过程的语义分析模型，可以察觉学生解答时出现的逻辑跳跃、步骤缺失以及表述不清等状况，进而用结构化的提示来促使学生把隐性的思维逐步展现出来。当系统发现学生直接给出“两圆相交”的结论而没有给出判断依据的时候，就会自动触发反馈机制，提示学生补充圆心距的计算过程以及和半径的关系比较步骤。及时、准确的干预使得思维外显化训练可以持续地在个体身上展开，很好地克服了传统教学中这一环节存在的结构性缺陷，为学生塑造完备而规范的解题表达习惯提供了技术支撑。

（二）提升解题思维表达的逻辑严密性与规范性

数学解题思维表达质量的好坏，很大程度上是由逻辑链条是否严密、表达形式是否规范所决定的。高中阶段学生处理几何和代数综合题时，逻辑断层和表达随意是两个最明显的问题。以直线与圆的位置关系为例，判断直线和圆的位置关系要经过设直线方程、求圆心到直线的距离、与半径比较、得出结论这样一个完整的推理链条，任何一个环节的缺失或者表述不清都会造成解题过程的逻辑完整性被破坏，从而影响最终得分和能力的发展。

人工智能对提高逻辑严密性有特别的优势。一方

面,依靠知识图谱技术形成的数学概念关系网络,可以自动找到学生解题表达中存在的概念错误和逻辑上的矛盾;另一方面,大量的人工智能学习数据可以创建出符合数学表达标准的示范文档,学生可以将其作为参照来修正自己的答案。更重要的是,人工智能给出的评价反馈不仅仅是对错的判定,还能指出具体的逻辑缺陷在哪里,“该步骤没有说明距离公式适用的条件”“分类讨论没有考虑所有的情况”,这样一种细致的反馈机制是传统的批改方式所不能达到的,对培养学生严谨的数学表达习惯起着不可替代的作用^[1]。

(三) 推动解题思维表达的个性化精准发展

学生个体之间在数学学习上存在着较大的认知差异,在解题思维表达上就存在着不同的情况,既有逻辑结构上的差别,也有语言表达习惯上的不同。传统的“一刀切”教学方式不能适应各个层次学生个性化发展的需要,而人工智能的自适应学习机制给这种问题提供了解决的方法。持续收集学生解题数据之后,人工智能系统可以形成细致的学习画像,找到每一个学生思维表达上的具体薄弱之处,并且提供个性化的练习任务和反馈。

部分学生的问题是位置关系判断条件记忆不清,另一部分学生的问题是代数运算正确,但是几何意义表达不完整。人工智能系统可以准确地分辨出这两种问题本质的不同,给学生推送不同类型的练习,即侧重概念辨析的练习和侧重几何语言表达训练的任务,从而达到“对症下药”的个性化教学效果。精准化干预不但可以提高学习效率,而且可以针对学生的薄弱环节进行针对性突破,在整体上提高学生解题思维表达的综合水平,促进学生数学核心素养的全面发展。

三、人工智能优化高中数学解题思维表达的路径

(一) 构建智能诊断体系,精准识别思维表达缺陷

有效改善解题思维表达的前提是对学生的思维表达现状实施全面而精确的诊断。传统的教学诊断手段大多依靠教师的人工批改和经验判断,这样既不高效率又不能对思维过程进行深层次的剖析。构建依靠人工智能的智能诊断体系,这是改善解题思维表达的第一条途径。该体系以自然语言处理技术为主导,融合数学知识图谱和错误模式数据库,对学生的解题文本实施多层语义剖析,主要找出逻辑跳跃、概念误用、步骤遗漏以及表达歧义这些常见的毛病。

以“直线与圆的位置关系”经典例题为例,智能诊

断系统分析学生解答时,不单看最后的答案是否正确,更重视解题过程中的每一个步骤之间是否有逻辑上的联系。以“直线 $y=kx+1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 的位置关系”为例,在学生解答中如果出现“当 k 取某值时,直线与圆相切”的表述而没有给出完整的判别条件推导,系统会自动对位置进行标记,并给出具体的修正建议,引导学生补充圆心 $(0,0)$ 到直线的距离 $d=\frac{|1|}{\sqrt{k^2+1}}$,令 $d=1$ 求解 k 值。对全班解题数据进行统计后可以得到班级思维表达缺陷分布报告,为教师制订有针对性的教学策略提供数据支撑,实现诊断和教学的有机结合^[2]。

(二) 设计智能引导流程优化解题思维的外显路径

诊断只是开始,更重要的工作就是怎样借助有效的引导机制,使学生把正确的思维过程完整、规范地表现出来。智能引导流程设计要遵循“思维可视化、结构化表达、反思修正”的递进逻辑,把人工智能的引导功能融入学生解题的全过程之中。人工智能工具可以借助问题分解、提示链等手段,在学生解题之前就帮助学生建立思维导图或者解题框架,把隐性的分析思路变成可操作的解题步骤序列。在结构化表达阶段,系统会依照预先设定好的解题规范模板,对学生的表达展开即时对比并给予提示,从而保证重要的步骤不会被忽略。

以“圆与圆的位置关系”的应用题为例,当题目要求判断两圆 $C_1:(x-1)^2+y^2=4$ 与 $C_2:(x-4)^2+y^2=1$ 的位置关系时,智能引导系统会依次提示学生完成以下解题步骤:第一步,分别读取两圆的圆心坐标与半径,明确 $C_1(1,0)$, $r_1=2$, $C_2(4,0)$, $r_2=1$;第二步,计算圆心距 $|C_1C_2|=3$;第三步,将圆心距与 $r_1+r_2=3$ 及 $|r_1-r_2|=1$ 进行比较;第四步,依据 $|C_1C_2|=r_1+r_2$ 得出两圆外切的结论。逐步引导的方式把完整的推理链条以可操作的形式呈现出来,使思维外显化训练落到实处,而不是停留在笼统的“要写清楚解题过程”的口头要求上^[3]。

(三) 运用生成式人工智能强化解题表达的示范与对比

生成式人工智能在自然语言生成方面的能力很强,为解题思维表达的示范教学带来了新的方式。传统的示范教学依靠教师的课堂板书或者教材例题,示范样本数量少,没有针对性;而生成式人工智能可以根据具体的题目以及学生的真实错误,即时产生高质量的规范解答示范,并与学生原来的解答进行结构化的比较,使学生清楚地看到自己表达和规范表达之间的具体差别。个性

化示范教学模式对于思维表达的训练来说,有着明显的优越之处。

生成式人工智能在处理“直线与圆的位置关系”综合题时,既可以给出标准答案,也可以产生多种解题思路的规范表述,使学生明白同一个问题可以有不同的逻辑推进方式,但是所有的表达都必须是完整的、逻辑严密的。以求过点 $P(2,1)$ 且与圆 $x^2+y^2=5$ 相切的直线方程为例,人工智能可以分别给出斜率存在时用点到直线距离公式、考虑斜率不存在的特殊情形两种规范解答,并通过对比分析说明分类讨论在思维表达中是必要的。这样一种多样化的示范和结构化的对比相结合的方式,可以有效地拓宽学生解题思路的视野,也可以加强规范表达的意识,在示范和反思的循环中不断提高思维表达的能力。

(四)建立持续反馈机制,促进解题思维表达的迭代提升

思维表达能力的形成是靠不断练习、反思达成的,一次性的诊断和引导不能实现能力的彻底提高。创建以人工智能为基础的持续反馈体系,是保证解题思维表达能力持续发展的重要途径。该机制包含全部的学习环节,“练习—反馈—修改—再次练习”,用数据记录学生的思维表达发展轨迹。就人工智能系统而言,在每一次解题任务结束后,都会自动产生包含优点识别、问题定位和改进建议这三个方面的综合反馈报告,避免单纯对错评价对学生学习积极性造成的消极影响。

在第一次诊断、引导练习和示范对比之后,学生进行第二次解题训练,人工智能系统根据两次解题表达的变化,自动发现学生进步的地方和仍存在的问题,生成带有纵向比较视角的反馈内容。例如,本次解答已经可以完整地列出圆心距的计算步骤,比上次有了明显的进步,但是在结论表述上还没有正确引用判断定理,建议补充“因为 $|C_1C_2|=r_1+r_2$,所以两圆外切”的完整表述。纵向比较式的反馈可以使得学生清楚地看到自身的发展轨迹,并且能不断加强规范表达的意识。同时,教师也可以根据系统给出的班级数据报告来及时调整自己的教学策略,使得人工智能辅助和教师的专业判断互相配合,促使学生解题思维表达能力螺旋式上升。

(五)融合人机协同模式推动解题思维表达教学的深度变革

人工智能对于解题思维表达的优化作用,并不是取代教师的专业作用,而是技术智能与教师智慧互相补

充、共同发展的一种状态,这种状态是通过人机协同教学的方式实现的。人机协同模式的核心逻辑是,人工智能做数据采集、过程诊断、即时反馈和个性化推送这些高频次、结构化的工作,教师做价值引导、情感支持、复杂问题的深入分析和对学生思维品质的全面评价,两者在功能上明确分工、有机配合。分工不是简单的任务切割,而是以各个领域优势为基础的整合,其目的就是使每一个学生都能够在一个适合自己的节奏里得到既具有技术性又具有人文性的教学支持。

以直线与圆的位置关系、圆与圆的位置关系为研究对象,从课前、课中、课后三个方面进行两个单元的系统课程设计。课前阶段人工智能系统根据学生以前学习的数据自动生成分层预习任务和思维框架提示,让学生在上课之前就已经形成基本的知识结构和问题意识;课中阶段教师以典型错误案例、思维表达范例作为核心素材,利用人工智能生成的班级诊断报告来找到集中性问题,并且开展有针对性的示范讲解和互动讨论,而不仅仅是对所有的知识点进行讲解;课后阶段人工智能系统负责个性化练习的推送和批改,对学生的每一个解题表达给出即时的评价和反馈,教师会定期查看系统产生的学情报告,对于特别的情况进行人工干预并进行深入的辅导。该三段式协同结构把教师从重复性的批改工作中解脱出来,使教师把有限的专业精力集中在真正需要人类智慧的教学环节上。

结语

人工智能为高中数学解题思维表达的优化提供了智能诊断、精准引领、示范对比和持续反馈等诸多途径。以直线和圆的位置关系、圆和圆的位置关系等为主要内容的几何综合题目,说明技术与教学相融合可以克服传统教学的不足,使学生的解题思维表达能力得到实质性的提高,给数学核心素养的培养提供强有力的支撑。

参考文献

- [1] 梁刚. 人工智能在高中数学教学中的运用浅思[J]. 数学教学通讯, 2025(33): 74-75.
- [2] 翟海燕. 基于人工智能的高中数学学情分析与个性化教学策略优化[J]. 2025(25): 173-175.
- [3] 常一帆. 人工智能赋能高中数学教学模式研究——以“导数的几何意义”为例[J]. 教育创新与实践, 2025(7): 129-132.