

高中数学函数解题中化归思想的合理运用

柯勇

新疆克孜勒苏柯尔克孜自治州克州二中

摘要：“函数的概念及其表示”是高中数学人教版（2019）必修一中的关键知识点，其中包含了函数的定义域与值域问题，高中生需要掌握并灵活运用。考虑到该知识点具有逻辑性、抽象性且严谨性较强的特点，教师应当尝试渗透化归思想，将原本复杂的数学问题简单化，大幅度提升学生的解题效率，为学生攻克数学难点问题提供支持 with 信心。本文首先介绍化归思想的基本内涵，然后重点围绕函数的定义域、值域问题提出化归思想解题应用方法，强化学生的化归思想合理运用能力。

关键词：化归思想；高中数学函数；解题方法；定义域；值域；函数解析式

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6288.2026.01.261

引言

新课标要求教师擅长运用创新的数学思想教育学生，解决数学问题。由于高中数学知识抽象且难度较高，要求学生具有灵活跳跃的思维能力，所以教师应当尝试采用化归思想。该思想可以培养学生良好的抽象思维，化归思想不但能帮助学生学习全新的数学知识，也能将某些高难度的数学问题转化为学生已知的问题形式，更有利于学生快速、简单地解题。

一、高中函数教学采用化归思想的主要成因

在高中人教版数学教材中，函数属于四大核心知识点之一，其在高考题目中占比较大，出题综合性水平较高，对高中生的解题能力要求较高。传统高中函数教学中，教师常采用题海战术，目的是帮助学生大量积累解题经验，提高函数解题熟练度。但是，这种教法缺乏灵活性，如果题目有所变形，学生依然会陷入无从下手的尴尬境地，这说明传统题海战术未能触及函数教学本质，学生对于函数数学问题的内在规律与数学思想理解不足。因此，当下许多教师会考虑使用化归思想展开函数教学，为学生传授具体的解题策略。

化归思想的本质是简化数学问题，提高学生解题的灵活性，它对促进学生的逻辑思维发展帮助较大。因为化归思想可以实现不同数学问题的相互转化，在函数解题中，函数、方程以及不等式等知识之间就能实现相互转化，例如由教师与学生共同讨论知识局部与整体的相互转化过程，这也是解决一切数学问题的核心思想。在高中，化归思想帮助学生在学习新知识，同时激发他们在破解高难度数学问题时的强烈欲望，让学生在解题过程中获得较好的数学学习体验。以化归思想作为高中函数教学的立足点，教师主张培养学生的思维敏捷性、创新性以及发散性，为学生形成良好的数学学科核心素养奠定良好基础。

二、化归思想的实践运用原理

化归思想的基本规律是强化学生主体认知，指引学生掌握化繁为简、运用已知知识解决未知问题的能力。在解决新数学问题时，化归思想会引导学生利用已有知识储备和经验尝试找到解题突破口，这就是“化归”。

在高中数学人教版教材中，所有知识之间都存在内在关联关系，化归思想则负责关联新旧知识，将学生陌生、复杂的新问题转化为学生熟悉、简单的旧问题。所以，化归思想中的“化”代表转化，“归”则代表解题过程中的对象目标，它们是转化的关键节点。一套完整的化归思想包含三大要素，分别为化归对象、化归目标以及化归途径^[1]。教师在指导高中生解决函数问题时要活用化归思想，它为学生高效、正确解题提供便利，高中数学课堂上比较常见的化归思想方法包括换元法、反解法、配凑法等。其中换元法比较常见，但是教师要根据具体的数学问题思考选择使用哪一种化归法。所以说，化归思想是灵活多变的，在高中函数教学活动中可以体现多样性应用特色。

三、高中数学函数解题中的化归思想应用方法

“函数的概念及其表示”一课中的函数问题较多，其中定义域问题与值域问题最具代表性。采用化归思想展开函数解题教学，下文着重结合这两大函数问题，具体总结化归思想的实践应用方法。

（一）函数值域问题的化归思想应用方法

函数值域问题是高中函数解题教学难点，传统教学多采用函数解析式求解函数值域，但是解题过程比较复杂，学生学习理解比较困难。如果教师采用化归思想，就可以从函数的自变量与因变量对调的角度指导学生反向解题，实现函数值域解题教学的化繁为简。课堂上，教师可以指导学生将 $y=f(x)$ 函数转化为 $x=g(y)$ ，这就是

将传统的函数值域问题直接转化为求解函数定义域的问题,运用学生已知的函数知识解题^[2]。

例如,教师为学生提出函数值域问题,如“求解函数 $y=\frac{3x+1}{x-4}$ 的值域”。

首先,教师要求学生写出上述函数解析式,结果学生发现无法通过观察直观判断函数值域,此时教师提出运用化归思想解题,引导学生思考函数定义域是否能够帮助解题。由此直接转化学生思维,利用函数定义域中的自变量、因变量反向解题。解题过程中,教师为学生提出假设,如果 $x \neq 4$,则需要考量采用反解解题方法,将题目中的自变量 x 反向应用因变量 y 表示,则出现了新的函数式 x ,如下:

$$x = \frac{1+4y}{y-3}$$

上述函数式 x 已经将题目中的值域问题转化为定义域问题,再参考题目原意,可以得到这一题目的定义域应当为 $\{x|x \neq 4\}$,如此就能进一步求解上述函数式 x ,具体如下:

$$\frac{1+4y}{y-3} \neq 4$$

最后求解得到 $y \neq 3$,由此就能求解上述函数值域问题结果,即值域为 $\{y|y \neq 3\}$ 。

上述解题过程全方位运用了化归思想,反向解决函数值域问题,即实现了函数式中自变量和因变量的巧妙对调。为帮助学生理解这一转化,教师特别强调新解题方法非常适用于函数定义域,能够克服值域解题中的难点问题。这一反向解题方法可以简化学生解题思维,用已经学过的定义域知识解决值域问题。当然,如果解题过程中自变量、因变量对调困难,教师指导学生采用换元法也能解题,例如将题目中函数式转化为二次函数,如此也能简化解题过程,提高学生的函数值域解题效率^[3]。

(二) 函数定义域问题的化归思想应用方法

定义域问题属于高中数学函数解题中的“常客”,学生在解题练习时会大量遇到定义域问题。为提高学生的解题效率,教师要指导学生采用化归思想,例如将函数定义域问题转化为求解不等式组问题。

例如,教师为学生设计题目,如“求解函数 $g(x)=\frac{\sqrt{-x^2+3x+4}}{\ln x}$ 的定义域。”

上述函数解析式表面看相对复杂,如果仔细观察会发现其分母与分子之间的代数式表达是存在限制条件的。根据学生过往所学的函数知识,可以明确函数的定义域中包含了所有的自变量组合,所以教师可以进一步

为学生明确分母函数定义域中分母 $\neq 0$ 。届时,教师会指导学生参考偶次根式状况,考量在根号下函数的定义域 ≥ 0 这一条件。结合上述所有条件,学生尝试化归转化并得到一个不等式组如下:

$$\begin{cases} -x^2+3x+4 \geq 0 \\ x > 0 \\ \ln x \neq 0 \end{cases}$$

解决上述不等式组可以直接获取自变量 x 的正确取值范围 $0 < x < 4$ ($x \neq 1$),由此可以获得结果,该函数的定义域应该为 $(0, 1)$ 。

如果教师没有提前给出函数解析式,则基于化归思想的解题方法有所变化,因为学生没有提前看到抽象函数,在化归思想指导下学生可以根据已知函数的定义域进行基础转化,转换解题思路。例如,教师为学生提出以下两个函数: $f(x)$ 与 $f[g(x)]$,并要求学生观察、理解这两个函数的定义域以及它们之间的关联关系。如果假设函数 $f[g(x)]$ 的定义域为 (n, m) ,则学生可以借此已知条件求解函数 $g(x)$ 值域,进而求解 $f(x)$ 的定义域。为找到解题突破口,学生可以提前假设 $f(x)$ 的定义域为 (a, b) ,利用不等式思想求解,最终结果为 $a < g(x) < b$,由此就正确求解出函数 $f[g(x)]$ 的定义域^[4]。

再例如,教师可以提高学生解题难度,为学生展示另一定义域求解问题,例如:

函数 $g(2^x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$,求解 $g(\log_2 x)$ 的定义域。

这一题目与上一题目的化归转化思想类似,同样可以通过设定不等式求解问题,获得新定义域。如设置不等式: $2^{-1} \leq 2^x \leq 2$,由此可以求解出不等式的定义域应当为 $(\frac{1}{2}, 2)$ 。如果 $g = \log_2 x$,则能够得到不等式: $\frac{1}{2} \leq \log_2 x \leq 2$,由此求解上述不等式的定义域就应该为 $\sqrt{2} \leq x \leq 4$,所以 $g(\log_2 x)$ 的定义域应当为 $(\sqrt{2}, 4)$ 。

上述问题求解过程中,学生要提前明确函数定义域的基本定义,同时由教师引导学生了解为什么要通过求解自变量来解决问题。因为自变量是灵活变化的,学生如果能够活用自变量,就能在不同的函数数学问题中自由转化,例如自由转化函数定义域,转化为不等式组进行题目求解。在这里所体现的化归思想已经相当明显,即将函数定义域知识转化为不等式组、不等式进行求解,解题难度大幅度降低^[5]。

(三) 其他化归思想应用方法

上文提到,换元法在高中函数解题教学中应用范围最广、应用频率最高,在求解函数解析式问题时,基于

化归思想的换元法解题思路更清晰,因为它能实现对函数解析式的灵活转换,将某些学生看来生僻的函数解题问题简化,便于学生理解 and 解题。例如,在已知函数的情况下,求解 $h(x)$ 的函数解析式。

同理,教师依然要求学生仔细观察题目已知条件,发现其中的隐藏关系。某些学生发现在题目中 $\sin x$ 、 $\cos x$ 之间存在微妙的数量关联关系,可以列出方程式 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$,将这一方程式化归转化到题目中,变成已知条件,代入题目已知函数得到:

$h(1 - \sin x) = 1 - \sin^2 x$ 。在完成上述换元法解题流程后,教师可以指导学生尝试进一步使用换元法,引出一个新单元 n ,得到如下算式: $1 - \sin x = n$,并且还原转化为 $\sin x = 1 - n$,再次代入已知条件函数式中,得到: $h(n) = 1 - (1 - n)^2 = 2n - n^2$ 。此时就可以求取 $\sin x$ 的取值范围应该为 $(-1, 1)$,进一步求取 n 的取值范围为

$(0, 2)$,最后得到 $h(x)$ 的最终解析式如下^[6]:

$$h(n) = 2x - x^2 (x \in [0, 2])$$

上述题目全程采用化归思想中的经典解题方法——换元法,在求解高中函数解析式时不但揭示了解析式原理,也体现了换元法的高应用价值,该方法对函数的解析式转化能力较强。在上述解题过程中,教师甚至为学生引入了新单元概念,并告知学生在还原过程中时刻关注新单元的取值内容以及范围,获得新的值域,进一步提高学生的解题水平与效率。

四、高中数学函数解题中的化归思想应用建议

高中数学函数解题教学具有一定难度,如果教师能够活用化归思想,则能帮助学生化繁为简,用已知知识解决未知问题,这一点对高中生学好数学至关重要。为此,下文就化归思想在高中数学函数教学中的解题应用提出几点有价值建议。

第一,教师为学生夯实函数教学基础,指导学生储备解题库知识与题目内容,时刻牢记已解决的函数问题。例如在进行函数解题教学前,学生已经熟练掌握函数的图像性质、一元二次方程、基本不等式等知识。这些知识点都能用于解决函数问题,它们更是学生利用化归思想解题的基础^[7]。

第二,学生要学会如何识别函数解析式,例如分式函数解析式、换元函数解析式等。如果解题时遇到根式函数则思考有理化化归思想运用方法,如果解题涉及绝对值则思考分段化归思想运用方法,如果看到方程根则尝试化归图像交点。

第三,培养学生的目标导向思维,鼓励学生多思考、多反思。例如解题时,提前思考新题目的解题细节,如将题目化归为怎样的题目?新题目中哪些知识内

容自己比较熟悉?化归后的形式是什么样的?在一系列思考与解题后,学生还要总结反思,并不局限于求解得出答案,更要反思题目中的化归转化思路,明确自己所采用的化归方法以及化归路径,然后在教师指导下整合所完成的化归思想函数题目,归类总结,形成函数化归解题大数据库。

化归思想始终贯穿于高中数学函数教学部分,它属于高中生必须掌握的核心解题方法。正确的化归思想体现了高中数学的智慧美学一面,因为它避实就虚、化繁为简,鼓励学生温故知新、以迂为直地解决各种数学函数题目。如果学生能够掌握化归思想,则不会在解题过程中始终困惑于单线思想的局限中,而是联合旧有知识系统性地解决问题,甚至运用已有知识高屋建瓴地解决问题^[8]。

结语

在本文看来,高中函数解题教学中采用化归思想非常合理,例如在解决函数定义域、值域问题时,化归思想真正做到了化繁为简,借助旧知识指导学生反向解决函数难题。同时,采用换元法更能实现高效率解题,辅助并规范学生的解题流程,为他们夯实化归的数学思维。如此一来,学生就能摆脱传统解题中的刻板思维,灵活自如地运用化归思想转化难题,提高他们的函数解题能力,从容应对未来高考。

参考文献

- [1] 代洪祥. 高中数学函数解题中化归思想的合理运用[J]. 数理天地(高中版), 2024(15): 54-55.
- [2] 高慧明. 高中数学转化与化归思想应用综述[J]. 广东教育(高中版), 2024(4): 21-26.
- [3] 刘硕, 邹心茹, 刘愉宇. 2024年高考数学新课标II卷第8题函数最值的解法与思想探究[J]. 教育进展, 2025, 15(6): 417-422.
- [4] 刘攀坤, 彭林, 刘佳. 回归教材, 适当拓展, 深度挖掘, 以不变应万变——以人教B版教材为例谈起[J]. 中小学数学(高中版), 2024(7): 10-13.
- [5] 陈超. 对2024年高考天津卷第20题的解析与拓展[J]. 高中数理化, 2024(15): 17-21.
- [6] 范海梅, 贾新平. 直线与椭圆的位置关系引发的三类问题[J]. 高中数理化, 2024(5): 31-32.
- [7] 余军仁, 陈巧红. 巧等价转化, 妙思维化归——函数中的双变量任意性或存在性问题[J]. 数理天地(高中版), 2025(3): 10-11.
- [8] 王敏, 王晓玲, 薛红霞. “在抽象函数的形式下研究函数性质”教学设计[J]. 中国数学教育(高中版), 2025(1): 54-61.